

Tontechnik 2

Digitale Filter

Prof. Oliver Curdt
Audiovisuelle Medien
HdM Stuttgart

Digitale Filter


■ Zuordnung

- Eingang $x(t)$ → Ausgang $y(t)$
- diskrete digitale Signale → neue diskrete digitale Signale

■ lineares, zeitinvariantes, diskretes System (LTD-System)

- **L**inear **T**imeinvariant **D**iscrete System
- Linear → pegelunabhängig
- Timeinvariant → zu jedem Zeitpunkt gleich
- Discrete → digital
- → Anwendung einer linearen gleichbleibenden Funktion
- → exakte Zeitverschiebung von gefiltert und ungefiltert

Digitale Filter

- digitaler Rechner aus 3 Bauelementen
 - 1. Verzögerung 
 - 2. Multiplikation
 - 3. Addition

Digitale Filter

- Filterkoeffizienten bestimmen Frequenzgang
- hohe Genauigkeit
- sehr genaue Reproduzierbarkeit
- streng lineare Phase möglich
- zwei unterschiedliche Prinzipien von LTD-Systemen:
 - nicht rekursiv
 - rekursiv

Nichtrekursive Filter

- FIR-Filter (**F**inite **I**mpulse **R**esponse)
- System ohne Rückführungspfad
 ⇒ keine Instabilitäten
- Frequenzgang wiederholt sich periodisch um
 $n \cdot f_A \pm f_A/2$ für $n = 0, 1, 2, \dots$

FIR-Filter in Transversalfilterstruktur

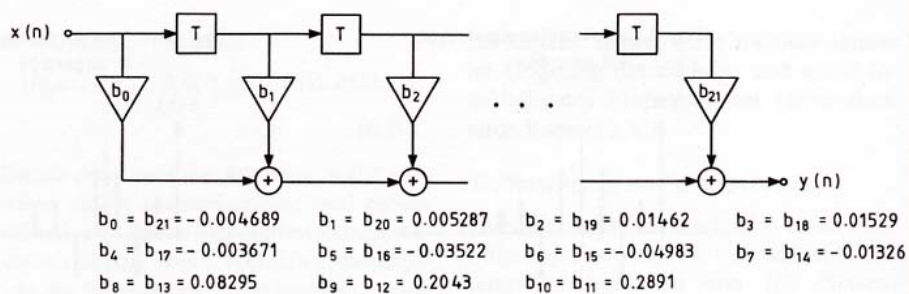


Bild 6.12 Nichtrekursives Digitalfilter in Transversalfilter-Struktur.

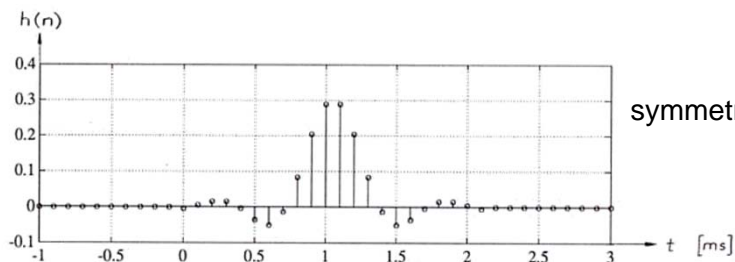
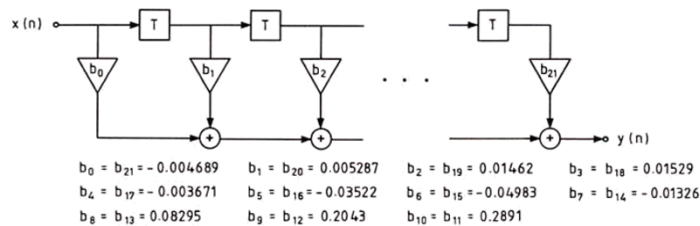
nichtrekursives Digitalfilter: NRDF

Eigenschaften nichtrekursiver Digitalfilter

- Darstellung als Transversalfilter häufig verwendet
 - einfache, regelmäßige Struktur
- kein Rückkopplungspfad \Rightarrow stabil
- konstante Gruppenlaufzeit \Rightarrow Verzögerung, aber keine „Phasen“-Verzerrung
- linearer Phasengang
- relativ unempfindlich bezüglich ungenauer Filterkoeffizienten
 - Wertequantisierung, Bit-Auflösung
- endliche Impulsantwort \Rightarrow FIR-Filter

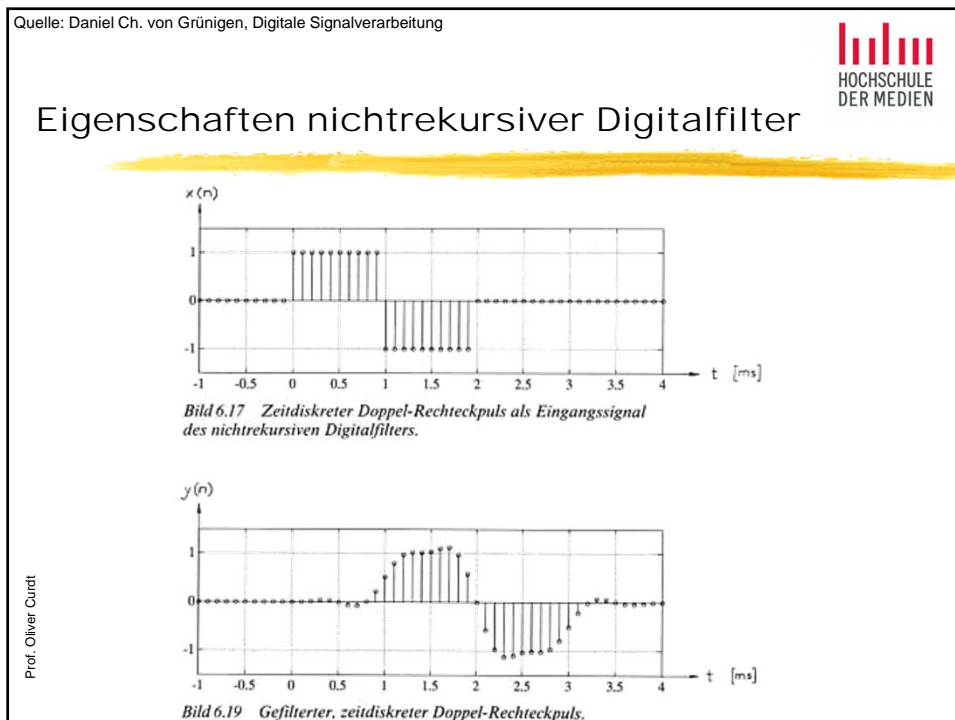
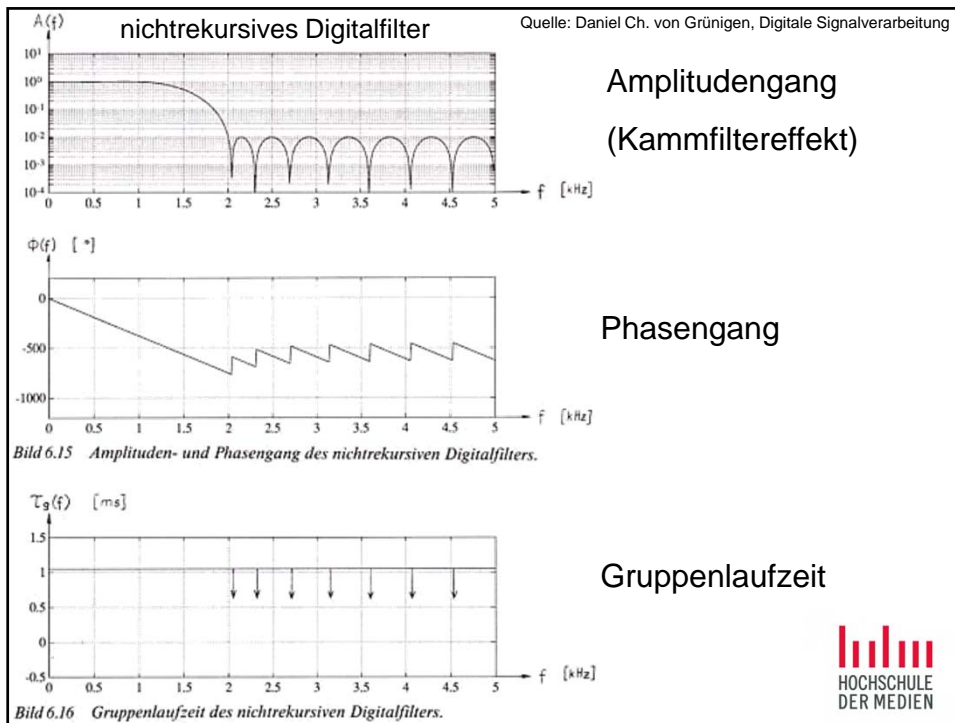
Prof. Oliver Cudt

Eigenschaften nichtrekursiver Digitalfilter



Prof. Oliver Cudt

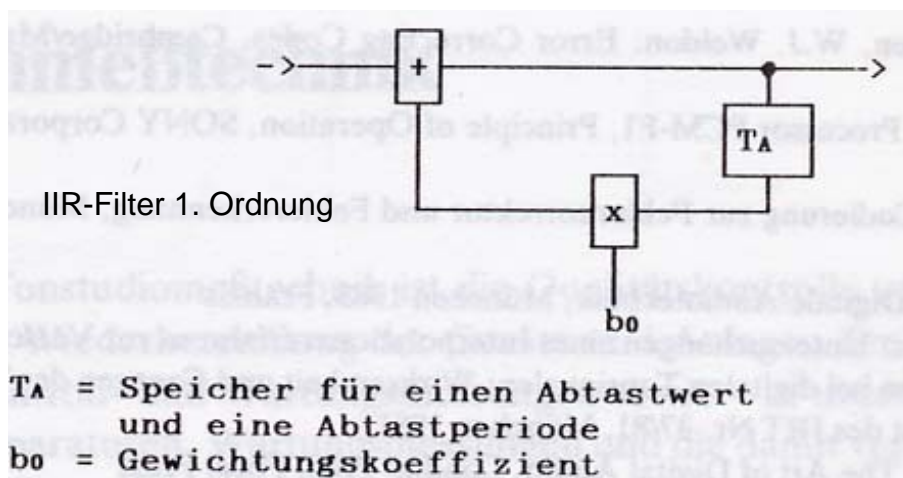
Bild 6.13 Impulsantwort des nichtrekursiven Digitalfilters.



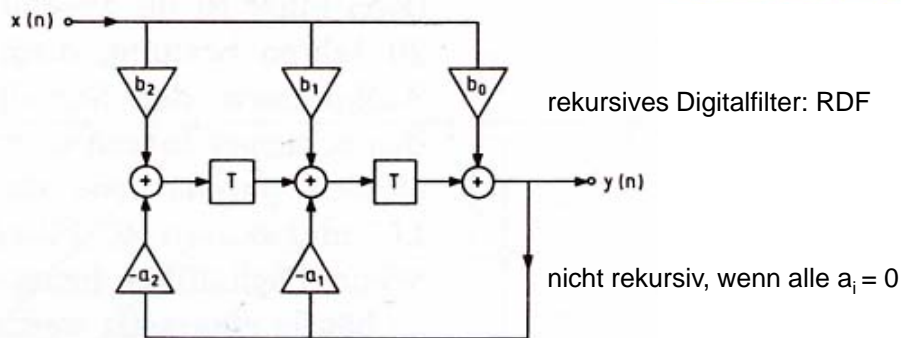
Rekursive Filter

- IIR-Filter (*I*nfinite *I*mpulse *R*esponse)
 - \Rightarrow unendliche Impulsantwort
- System mit mindestens einem Rückführungspfad, d. h. Teil des Ausgangs wird in den Eingang zurückgeleitet
 - \Rightarrow Neigung zu Instabilitäten
 - \Rightarrow sorgfältige Dimensionierung nötig
- Frequenzgang wiederholt sich periodisch um $n \cdot f_A \pm f_A/2$ für $n = 0, 1, 2, \dots$

Prinzip IIR-Filter (rekursiv)



Prinzip IIR-Filter (rekursiv)



Prof. Oliver Cudt

Bild 6.2 Beispiel eines rekursiven LTD-Systems 2. Ordnung.

$$y(n) = -\sum a_i y(n-i) + \sum b_i x(n-i)$$

Beschreibung von LTD-Systemen

- Differenzengleichung
 - Algorithmus zur Realisierung eines Digitalfilters
 - häufig in Koeffizientenform
 - $y(n) = \sum b_i x(n-i) - \sum a_i y(n-i)$

- Ordnung des Filters \triangleq Anzahl der Verzögerungselemente

- Übertragungsfunktion
 - Quotient aus Ausgangs- und Eingangssequenz

Prof. Oliver Cudt

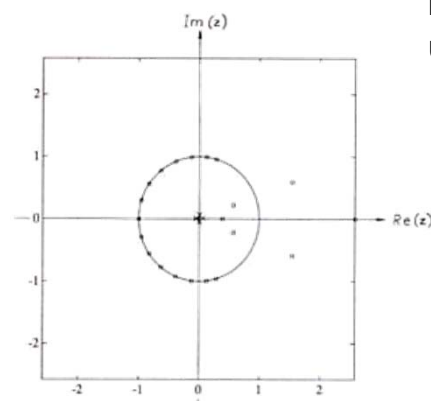
Beschreibung von LTD-Systemen

■ Impulsantwort

- \Rightarrow Fouriertransformierte der Übertragungsfunktion
- Reaktion des Systems (Ausgangssequenz), wenn an den Eingang ein Einheitsimpuls angelegt wird
- mathematisch: Faltung von Eingangssequenz und Impulsantwort = Ausgangssequenz
- Beschreibung im Zeitbereich, zeitliches Verhalten des Filters (unendlich = IIR) oder endlich (FIR)

Eigenschaften von Digitalfiltern

stabil, wenn Pol- und Nullstellen innerhalb des Kreises !!!



*Pol-Nullstellendiagramm
des nichtrekursiven Digitalfilters.*

imaginäre Werte für quadratische Nennerpolynome

Übertragungsfunktion $H(z)$

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^N b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^M a_i z^{-i}}$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

Digitalfilterstrukturen

- Direktstrukturen : „direkte“ Herleitung aus den Differenzgleichungen
- transponierte Direktstruktur nach dem Transponierungstheorem:
 - „Werden alle Signalflossrichtungen umgekehrt, alle Addierer durch Knoten und alle Knoten durch Addierer ersetzt und Eingang und Ausgang vertauscht, dann ändert sich die Übertragungsfunktion nicht.“
- transponierte Direktstrukturen vom Typ 2
 - minimale Anzahl von Verzögerungsgliedern, Multiplizierern und Addierern

Prof. Oliver Curdt

Direktstruktur 1 und 2 (rekursiv)

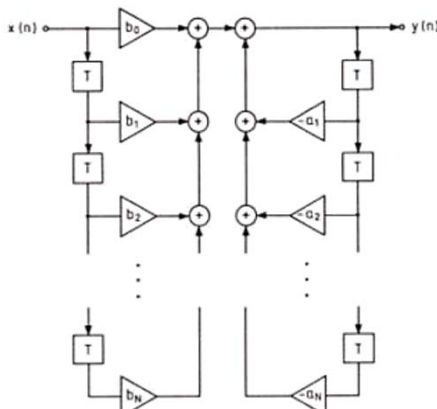


Bild 6.8 Direktstruktur 1

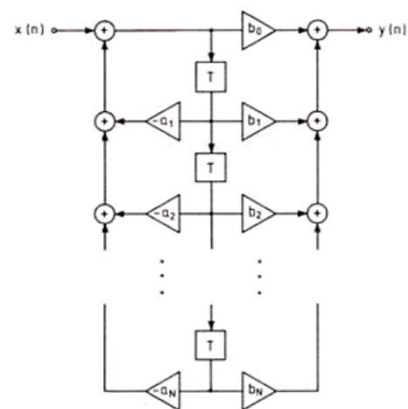
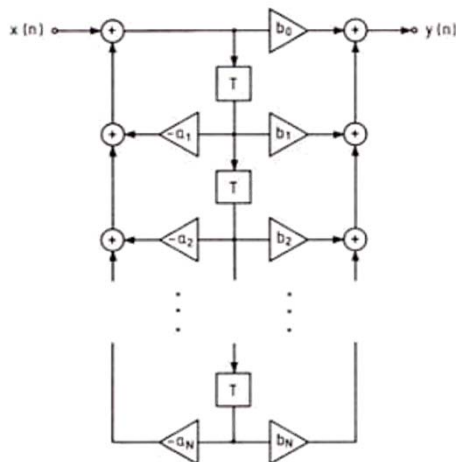


Bild 6.9 Direktstruktur 2

Zweige getrennt (direkt und Rückführung)

Prof. Oliver Curdt

Transponierte Direktstruktur 2



Prof. Oliver Curdt

Bild 6.9 Direktstruktur 2

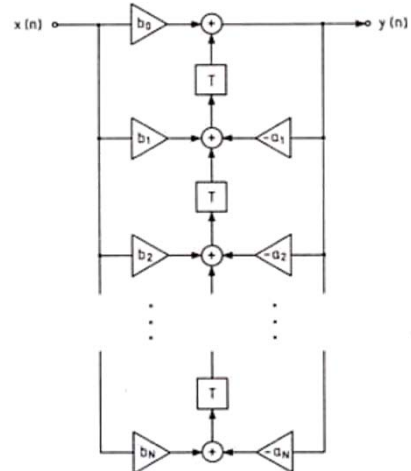


Bild 6.10 Transponierte Direktstruktur 2.

Eigenschaften rekursiver Digitalfilter

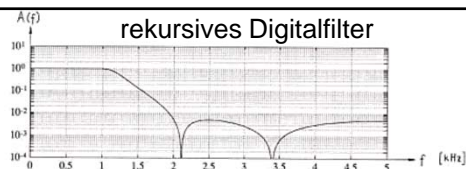
- Vielzahl von Strukturen möglich
⇒ Kaskadenstruktur häufig verwendet
- regelmäßige Struktur: Grundmuster, die sich innerhalb der Gesamtstruktur wiederholen
- theoretisch unendlich lange Impulsantwort
⇒ IIR-Filter, Ausnahme, wenn alle Pole mit Nullstellen zusammenfallen ⇒ dann FIR-Filter !!!
⇒ alle Multiplikatoren im Rückführungspfad = 0
⇒ in der Praxis Impulsantwort nur wenige ms lang

Prof. Oliver Curdt

Eigenschaften rekursiver Digitalfilter

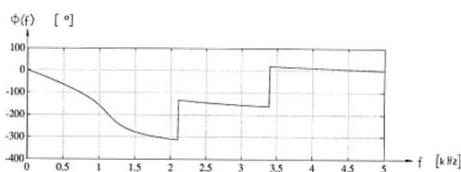
- mögliche Instabilität wegen vorhandener Rückkopplung
- Einschwingzeit !!!
- Gruppenlaufzeit nicht konstant
- Phasengang nicht linear
- „minimalphasiges“ LTD-System
 - wenn Phasengang bei gegebenen Amplitudengang minimal
 - ⇒ dann Gruppenlaufzeit ebenfalls minimal
 - ⇒ geringere Latenz als FIR

Prof. Oliver Cudrat

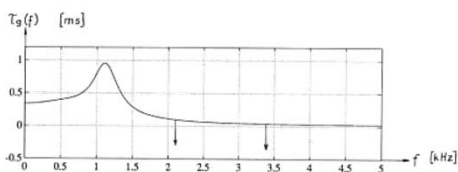


Quelle: Daniel Ch. von Grünigen, Digitale Signalverarbeitung

Amplitudengang



Phasengang



Gruppenlaufzeit

Bild 6.25 Amplitudengang, Phasengang und Gruppenlaufzeit des rekursiven Digitalfilters.

Eigenschaften rekursiver Digitalfilter

- empfindlich bezüglich ungenauer Filterkoeffizienten (Wertequantisierung, Bit-Auflösung)
- mögliche Auswirkungen ungenauer Filterkoeffizienten
 - ggf. starke Abweichungen zwischen Ist- und Sollwerten
⇒ Instabilität ... „regenerative“ Verzerrung
 - Quantisierungsrauschen durch Rundungsfehler nach der Multiplikation (ggf. deutlich hörbar)
⇒ unerwünschte Schwingungen (sog. „Grenzyklen“), d. h. periodisches Ausgangssignal bei nur 1 Eingangssignal

Eigenschaften rekursiver Digitalfilter

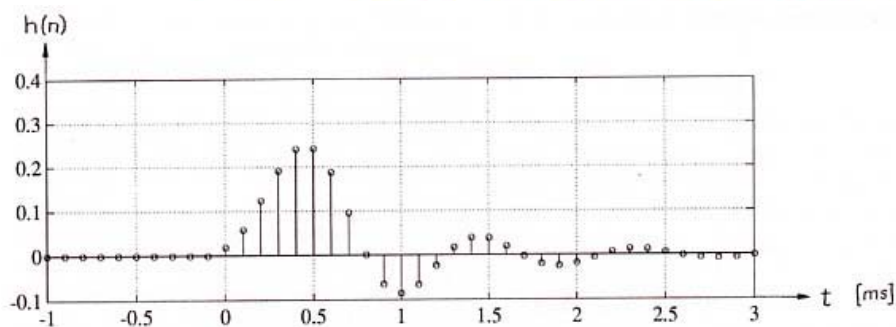






Bild 6.23 Impulsantwort des rekursiven Digitalfilters.

nicht symmetrisch !!!

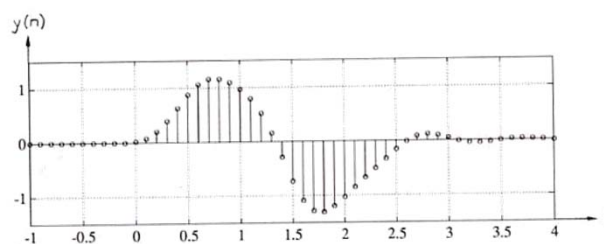
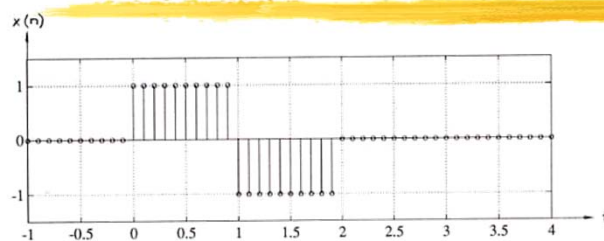
Digitale Filter

- Fouriertransformation 
- Simulation digitaler Filter 
- ggf. Vorecho bei symmetrischer Impulsantwort 
- WinFilter 
 - Output: Generate C code
 - Koeffizienten ablesbar

Prof. Oliver Curdt

Quelle: Daniel Ch. von Grünigen, Digitale Signalverarbeitung

Eigenschaften rekursiver Digitalfilter

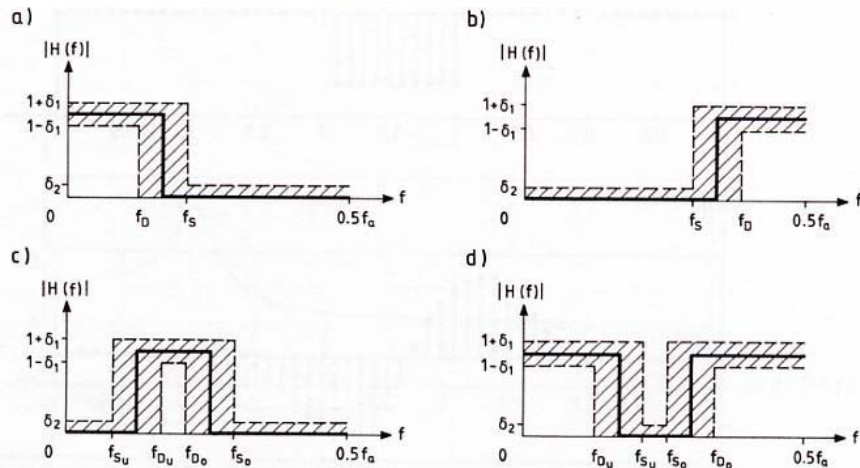


„weicher“ als bei
nichtrekursiv !!!

Prof. Oliver Curdt

Bild 6.26 Filterung des Doppel-Rechteckpulses.

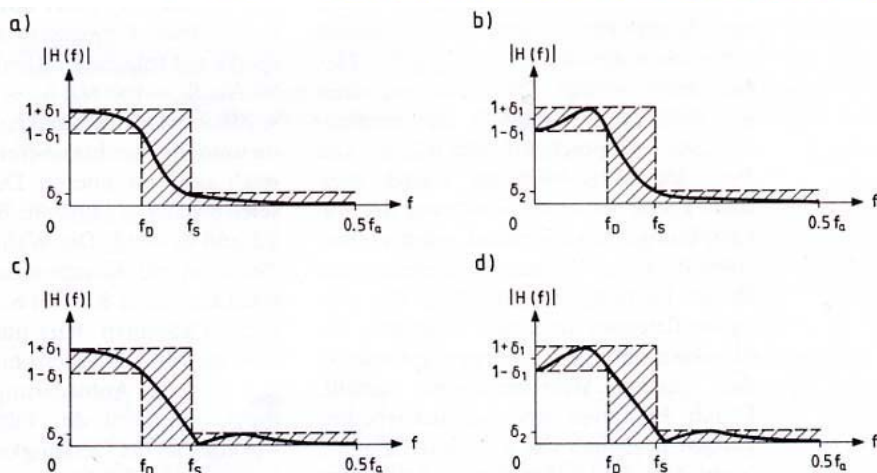
4 grundlegende Filterfunktionen



Prof. Oliver Curdit

Die vier grundlegenden Filterfunktionen: a) Tiefpass-, b) Hochpass-, c) Bandpass- und d) Bandsperfilter.

4 grundlegende Approximationsarten



Prof. Oliver Curdit

Die vier grundlegenden Approximationsarten.

Eigenschaften von 4 IIR-Filterarten

	Butterworth	Tschebyscheff I+II	Cauer
Ordnung , Realisierungsaufwand	gross	mittel	klein
Amplitudengang im Durchlassbereich	monoton	I : wellig II : monoton	wellig
Amplitudengang im Sperrbereich	monoton	I : monoton II : wellig	wellig
Nichtlinearität des Phasengangs	klein	mittel	gross

Prof. Oliver Curdt

Digitalfilter / Grundsätzliches

- Koeffizientenwerte der Übertragungsfunktion
- Wahl der Toleranzgrenzen abhängig von Anwendung
 - je enger der Toleranzbereich
 - ⇒ desto höher die Ordnungszahl
 - ⇒ desto höher der technische Aufwand

Prof. Oliver Curdt

Abtastfrequenz vs. Anforderungen

- je höher die Abtastfrequenz, desto höher die Anforderungen an Genauigkeit
 - der Filterkoeffizienten
 - der Multiplikations- und Additionsergebnisse
- bei tiefer Abtastfrequenz:
 - höhere Anforderungen an das Antialiasingfilter
 - geringerer Realisierungsaufwand (Anzahl der Verzögerungsglieder, Multiplizierer und Addierer)

Problematik bei Digitalfiltern

- Grenzen der Genauigkeit bei
 - Abtastwerten
 - Koeffizienten
 - Ergebnisse von Additionen und Multiplikationen
- Festkomma-Darstellung
- Gleitkomma-Darstellung

Digitalfilter - Nachteile

- | begrenzter Frequenzbereich
- | interne Rundungsfehler wegen begrenzter Wertauflösung
 - | ⇒ Quantisierungsrauschen
 - | ⇒ nichtlineare Effekte
 - | ⇒ vor allem in rekursiven Filtern höherer Ordnung
 - | ⇒ feinere Quantisierung, Nutzung von Gleitkommazahlen nötig

Digitalfilter - Vorteile

- | keine Schwankungen durch Toleranz der Bauteile
- | keine Alterung der Bauteile
- | alle Geräte nach der Fertigung absolut identisch und schneller prüfbar
- | Filterfunktionen möglich, die mit Analogfiltern nur schwer oder gar nicht realisierbar sind, z. B. Filter mit linearer Phase.

Gegenüberstellung FIR- und IIR-Filter

FIR-Filter (<i>nicht rekursiv</i>)	IIR-Filter (<i>rekursiv</i>)
linearer Phasengang; frequenzunabhängige Gruppenlaufzeit	nichtlinearer Phasengang; Gruppenlaufzeit frequenzabhängig, aber meist kleiner als bei FIR-Filter
immer stabil	können instabil sein
relativ unempfindlich gegenüber Quantisierungseffekten, weil nichtrekursiv	empfindlich gegenüber Quantisierungseffekten / ungenauen Filterkoeff. (abhängig von Bit-Auflösung)
bei gegebenen Toleranzbereich höhere Ordnungszahl als IIR-Filter ⇒ hoher Rechenaufwand ⇒ hoher Realisierungsaufwand	bei gegebenen Toleranzbereich geringere Ordnungszahl als FIR-Filter ⇒ geringer Rechenaufwand ⇒ geringer Realisierungsaufwand
Approximationsverfahren beim Entwurf von FIR-Filtern, Schätzungsproblematik (Bestätigung oder neuer Versuch)	Entwurfsverfahren für Analogfilter (zeitkontinuierlich) können bei IIR-Filtern angewendet werden

Prof. Oliver Cudrat